
Estymacja położenia dla manipulatora z wykorzystaniem filtra Kalmana w oparciu o pomiary z akcelerometrów

Agnieszka Kobierska¹, Piotr Rakowski², Leszek Podsędkowski³

Streszczenie

W artykule przedstawiono metodę estymacji położenia na podstawie pomiaru globalnej orientacji członów ramienia manipulatora z wykorzystaniem czujników pola grawitacyjnego. Niniejsze artykuł przybliża problem estymacji położenia na podstawie pomiarów obarczonych dużym szumem i wykorzystania rozszerzonego filtra Kalman do ograniczenia w dużym stopniu wpływu szumów na pomiar.

1. Wstęp

W przypadku dużych manipulatorów przemysłowych do pomiaru położenia kąowego w przegubach wykorzystuje się kodery optyczne bądź resolwery, ich gabaryty nie przeszkadzają w pracy manipulatora. Czujniki te również nie posiadają ograniczeń, co do pozycji osiągniętych przez ramię manipulatora podczas pracy. Jednak dla specjalnych mini-manipulatorów znalezienie czujnika, który spełnia wymagania gabarytowe i jest jednocześnie tani jest zadaniem karkołomnym. Stosunkowo nowym zagadnieniem jest wykorzystanie do pomiaru położenia kąowego czujników akcelerometrycznych jako taniej alternatywy dla standardowych czujników[3][4][5][7]. Prowadzone badania dotyczą możliwej do osiągnięcia dokładności pomiaru. Jedną z podstawowych wad stosowania czujników akcelerometrycznych, w tym zastosowaniu, jest brak dowolności ustawienia przegubu, którego położenie kąowe chcemy wyznaczać. W przypadku pionowej pozycji ustawienia osi przegubu pomiar czujnikami akcelerometrycznymi nie wykrywa zmian kąa przegubu. Możliwe jest jednak takie dobranie kinematyki

¹Politechnika Łódzka, Instytut Obrabiarek i TBM, ul. Stefanowskiego 1/15, 90-924 Łódź, agnieszka.kobierska@p.lodz.pl.

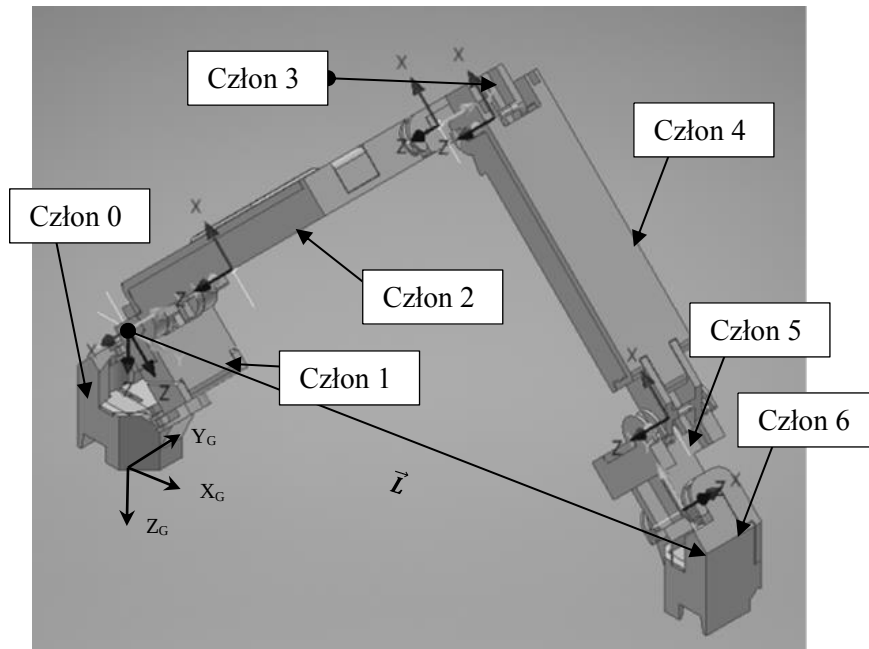
²Politechnika Łódzka, Instytut Obrabiarek i TBM, ul. Stefanowskiego 1/15, 90-924 Łódź, piotr.rakowski@edu.p.lodz.pl.).

³Politechnika Łódzka, Instytut Obrabiarek i TBM, ul. Stefanowskiego 1/15, 90-924 Łódź, leszek.podsedkowski@p.lodz.pl.

manipulatora by pomiar zmiennych przegubowych zapewniał ciągłość pomiarów kąta i prawidłowe działanie manipulatora [2].

2. Estymacja położenia

Mamy dany manipulator, o sześciu stopniach swobody, o znanej kinematyce opisanej z wykorzystaniem notacji Denavita – Hartenberga (Tabela 1) określającego położenie końcówki (człon 6) manipulatora względem układu bazowego (członu 0). Manipulator nie ma elementów napędowych i wykorzystywany jest do statycznego wyznaczania położenia. Poszczególne człony manipulatora (Rys. 1) połączone są przegubami obrotowymi o jednym stopniu swobody. Na każdym z członów (od 0 do 6) zamocowane są akcelerometry (typ FXLS8471Q) w celu wyznaczania kątów obrotów poszczególnych przegubów. Metodologię wyznaczania kątów na podstawie wskazań akcelerometrów przedstawiono w **Błąd! Nie można odnaleźć źródła odwołania.** wykazując jednocześnie możliwość osiągania wystarczającej dokładności pomiarów i wskazując kierunki dalszych prac związanych z jej podniesieniem. Niniejsze opracowanie przybliży problem estymacji położenia na podstawie pomiarów obarczonych dużym szumem i wykorzystania filtra Kalman do ograniczenia w dużym stopniu wpływu szumów na pomiar.



Rys. 1 Człony manipulatora połączone przegubami obrotowymi.

Stanem obiektu (procesu) nazywa się minimalny zbiór tych wszystkich zmiennych wewnętrznych, których znajomość w danym momencie czasu wraz ze znajomością przyszłych przebiegów czasowych zmiennych wejściowych (przy pominięciu niemierzalnych zmiennych zakłóceńowych) pozwala na jednoznaczne określenie przyszłych przebiegów czasowych zmiennych wyjściowych [6].

W naszym przypadku liczba parametrów (zmiennych) opisujących położenie końcówki w układzie bazy wynosi 6: (3 współrzędne pozycji: x, y, z oraz 3 współrzędne orientacji: Roll (oś z), Pitch (oś y), Yaw (oś x)). Zależność pozycji końcówki względem bazy wyznacza wektor $L=[L_x, L_y, L_z]$ od środka układu współrzędnych Bazy do punktu charakterystycznego na członie 6 (${}^6L = [L_{x6}, L_{y6}, L_{z6}]^T$), a zależność orientacji określa macierz rotacji R opisująca orientację układu końcówki względem bazy. Aby całkowicie opisać stan obiektu w globalnym układzie współrzędnych potrzebujemy jeszcze określić położenie jego bazy, które podobnie posiada 6 parametrów: (3 współrzędne pozycji: x, y, z oraz 3 współrzędne orientacji: Roll(oś z), Pitch (oś y), Yaw (oś x)). W przypadku opisywanego manipulatora możliwy jest jedynie pomiar dwóch parametrów globalnych dotyczących orientacji: Roll(oś z), Pitch (oś y).

Tabela 1 Parametry kinematyki manipulatora opisane z wykorzystaniem notacji Denavita-Hartenberga

Nazwa	Nr	θ_i (θ_0)	d_i [mm]	a_i [mm]	α_i
-------	----	---------------------------	------------	------------	------------

członu					
Człon 1	1	$\theta_1 (90^\circ)$	13	20	-90°
Człon 2	2	$\theta_2 (0^\circ)$	0	80	0°
Człon 3	3	$\theta_3 (0^\circ)$	19,25	5	-90°
Człon 4	4	$\theta_4 (0^\circ)$	100	-5	90°
Człon 5	5	$\theta_5 (90^\circ)$	24,25	20	-90°
Człon 6	6	$\theta_6 (90^\circ)$	0	0	45°

Reprezentacja wektora L w układzie podstawy (człon 0):

$${}^0\vec{L} = A_0^6 * {}^6\vec{L}; \quad {}^6\vec{L} = \begin{bmatrix} L_{x6} \\ L_{y6} \\ L_{z6} \\ 1 \end{bmatrix} \quad (1)$$

gdzie zgodnie z zapisem D-H macierz transformacji ma postać:

$$A_i = Rot_{(Z,\theta_i)} Trans_{(Z,d_i)} Trans_{(X,a_i)} Rot_{(X,\alpha_i)} \quad (2)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} \cos\theta_i & -\sin\theta_i \cos\alpha_i & \sin\theta_i \sin\alpha_i & a_i \cos\alpha_i \\ \sin\theta_i & \cos\theta_i \cos\alpha_i & -\cos\theta_i \sin\alpha_i & a_i \sin\alpha_i \\ 0 & \sin\alpha_i & \cos\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$\text{gdzie: } A_0^6 = A_0^1 A_1^2 A_2^3 A_3^4 A_4^5 A_5^6; \quad (4)$$

jest macierzą transformacji, która zależna jest od kątów θ_i w przegubach manipulatora:

$$\mathbf{A} = f(\boldsymbol{\theta}) \text{ dla } \boldsymbol{\theta} = [\theta_1, \dots, \theta_6]. \quad (5)$$

Ustalono układ współrzędnych x_G, y_G, z_G tak, aby oś z_G układu grawitacji była skierowana w dół, a oś x_G pokrywała się z rzutem osi obrotu przegubu na poziom. Zdefiniowano dwa kąty β_y, β_z obrotu układu 0 w stosunku do układu G, przy czym β_y określa kąt pomiędzy osiami z_G i z_0 , a β_z określa kąt pomiędzy osiami y_G i y_0 . Warunkiem poprawnego przyjęcia układu grawitacji jest realizacja przekształcenia wersora przyspieszenia grawitacyjnego w układzie D-H związanego z 0 członem ramienia $\mathbf{E}_0 = [e_{x_0} \ e_{y_0} \ e_{z_0}]^T$ tak, by:

$$R_G^0(\beta_y \beta_z) * \mathbf{E}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

gdzie:

$$R_G^0 = R_{Y,\beta_y} R_{Z,\beta_z} = \begin{bmatrix} c\beta_y c\beta_z & -c\beta_y s\beta_z & s\beta_y \\ s\beta_z & c\beta_z & 0 \\ -s\beta_y c\beta_z & s\beta_y s\beta_z & c\beta_y \end{bmatrix} \quad (7)$$

jest macierzą rotacji przejścia z układu „0” do układu grawitacji.

Dane uzyskane z pomiarów są danymi statycznymi służącymi do określenia szacunkowych (estymowanych) parametrów modelu układu. Zarejestrowane dane w próbie są jedynie szacunkiem i z pewnym przybliżeniem (błędem) określają wartości prawdziwych parametrów. W procesie przetwarzania danych, uwzględniając prawdopodobieństwo wystąpienia błędu (szumy pomiaru, błędy systemu pomiarowego), szacuje się stan oraz prawdopodobieństwo jego wystąpienia.

W przypadku omawianego manipulatora szacowanie (estymacja) położenia końcówki manipulatora będzie więc zależna od dokładności pomiarów poszczególnych zmiennych przegubowych θ_i , oraz kątów β_y, β_z jako parametrów ustawienia Bazy względem układu globalnego, które to pomiary wyznaczane są na podstawie sygnałów otrzymywanych z akcelerometrów. Ponieważ dane pomiarowe z akcelerometrów charakteryzują się dużymi szumami konieczne jest zastosowanie filtracji ograniczającej wpływ szumu na dokładność wyznaczania położenia końcówki manipulatora.

Tradycyjny filtr Kalmana (FK) stosowany jest do układów liniowych, przy jego wykorzystaniu należy opisać układ jak i system pomiarowy odpowiednimi równaniami.

Ogólne równanie modelu układu (8) dla FK ma postać:

$$X_k = \mathbf{A}X_{k-1} + \mathbf{B}u_{k-1} + w_{k-1} \quad (8)$$

$$Z_k = \mathbf{H}X_k + v_k \quad (9)$$

przy czym X_k oznacza aktualny stan układu, X_{k-1} oznacza poprzedni stan układu, macierz $\mathbf{A}$ obrazuje powiązanie stanów X_k i X_{k-1} . Macierz $\mathbf{B}$ określa wymuszenie stanu (sterowanie), u_{k-1} oznacza wejście sterujące a w_{k-1} jest zdefiniowane jako szum przetwarzania układu. Równanie (9) reprezentuje model pomiaru Z_k , w którym macierz $\mathbf{H}$ określa zależność wzajemną stanu układu X_k i pomiaru Z_k . Parametr v_k określa zakłócenia pomiaru.

Dla omawianego manipulatora ustalamy wektor stanu w postaci:

$$\mathbf{X} = [\theta_1 \ \theta_2 \ \theta_3 \ \theta_4 \ \theta_5 \ \theta_6 \ \beta_y \ \beta_z]^T_{(8 \times 1)} \quad (10)$$

Ustalamy wektor wyjścia jako pomiar kierunku przyspieszenia ziemskiego:

$$\mathbf{Z} = [E_0; E_1; E_2; E_3; E_4; E_5; E_6]_{(21 \times 1)} \quad (11)$$

gdzie:

$\mathbf{E}_i = [e_{x_i} \ e_{y_i} \ e_{z_i} \ 1]^T$ określa wersor przyspieszenia grawitacyjnego w układzie D-H związany z i-tym członem ramienia.

Zależność pomiędzy wersorem $\mathbf{E}_i$ a odczytem z czujników akcelerometrycznych ma postać:

$$\mathbf{E}_i = K_i * \begin{bmatrix} a_{x_i} \\ a_{y_i} \\ a_{z_i} \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (12)$$

gdzie K_i oznacza macierz kalibracji wyznaczoną jak w [1] uwzględniającą przejście z układu czujnika do układu D-H manipulatora.

Z uwagi na fakt, że zakładany jest pomiar statyczny, nie ma napędów pozwalających na ruch członów manipulatora, z równania (8) wielkości $\mathbf{B}$ i u_{k-1} związane z wymuszeniem stanu przyjmują wartości zerowe.

Ustalamy funkcję wyjścia h estymującą na podstawie zmiennych stanu wektor wyjścia

$$\hat{\mathbf{Z}} = h(\mathbf{X}) \quad (13)$$

$$R_G^i * \mathbf{E}_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\mathbf{E}_i = [R_{G_{3,1}}^i R_{G_{3,2}}^i R_{G_{3,3}}^i]^T \quad (15)$$

gdzie: $R_G^i = R_G^0 R_0^1 \dots R_{i-1}^i$

macierze $R_0^1, R_1^2, R_2^3, R_3^4, R_4^5, R_5^6$ określamy z notacji D-H dla poszczególnych przegubów na podstawie α_i, θ_i .

Dla przedstawianego manipulatora równania pomiaru (13-15) mają charakter nieliniowy, co skutkuje zastosowaniem rozszerzonego filtra Kalmana (EKF) do ograniczenia wpływu szumu na dokładność wyznaczania położenia końcówki manipulatora. Rozszerzony filtr Kalmana jest dwufazowym rekursywnym algorytmem: w fazie pierwszej bazując na stanie z poprzedniego kroku $\hat{\mathbf{X}}_{k-1|k-1}$ wyznaczamy estymowaną wartość stanu aktualnego $\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}$ z chwili k na podstawie pomiarów do chwili $k-1$.

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} = \mathbf{A} \hat{\mathbf{X}}_{k-1|k-1} \quad (16)$$

Dla prezentowanego ramienia z pomiarami stycznymi macierz $\mathbf{A}$ wiążąca stan aktualny z poprzednim ma postać macierzy jednostkowej: $\mathbf{A} = \mathbf{I}_{8 \times 8}$. Kolejnym krokiem etapu predykcji jest wyznaczenie macierzy kowariancji $\mathbf{P}$ dla wektora $\hat{\mathbf{X}}_{k|k-1}$ w postaci:

$$\mathbf{P}_{k|k-1} = \mathbf{A} \mathbf{P}_{k-1|k-1} \mathbf{A}^T + \mathbf{Q}_{k-1} = \mathbf{P}_{k-1|k-1} \quad (17)$$

gdzie: $\mathbf{P}_{k-1|k-1}$ - macierz kowariancji $\mathbf{P}$ w chwili $k-1$; $\mathbf{Q}_{k-1}$ - macierz kowariancji szumu procesu. Zakładamy $\mathbf{Q}_{k-1} = 0$ gdyż z racji założenia, że układ jest nieruchomy i szum procesu w_{k-1} ma wartość 0.

Następnie przechodzimy do fazy drugiej (etapu korekcji) w celu określenia estymaty pomiaru dla wektora stanu $\hat{\mathbf{x}}_k$ w postaci:

$$\hat{Z}_k = \mathbf{h}(\hat{X}_k). \quad (18)$$

Po obliczeniu oczekiwanej wartości wektora wyjścia określamy residuum wektora pomiaru w postaci różnicy między pomiarem rzeczywistym Z_k a estymowanym na podstawie modelu w chwili k :

$$r_k = Z_k - \hat{Z}_k \quad (19)$$

Macierz kowariancji oszacowania residuum wektora pomiaru obliczamy z wzoru:

$$\mathbf{S}_k = \mathbf{H}\mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{H}^T + \mathbf{R} \quad (20)$$

gdzie macierz $\mathbf{H}$ określona jest podstawie pochodnych cząstkowych wektora wyjścia względem zmiennych wektora stanu:

$$\mathbf{H} = \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial \mathbf{x}} \quad (21)$$

a $\mathbf{R}$ to macierz kowariancji szumu pomiaru $\mathbf{R} = I_{(21 \times 21)} \sigma_{acc}^2$, gdzie σ_{acc} oznacza odchylenie standardowe szumu akcelerometru podane przez producenta czujnika.

W celu określenia jak bardzo należy skorygować estymatę, aby przybliżyć się do stanu rzeczywistego wyznaczamy wzmocnienie Kalmana w postaci:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_{k|k-1}\mathbf{H}_k^T\mathbf{S}_k^{-1} \quad (22)$$

wykorzystując obliczone w równaniach (17),(20),(21) poszczególne składowe wzoru.

W ostatnim kroku etapu korekcy obliczamy skorygowany wektor stanu oraz skorygowaną macierz kowariancji oszacowania w postaci:

$$\hat{\mathbf{X}}_{k|k} = \hat{\mathbf{X}}_{k|k-1} + \mathbf{K}_k r_k \quad (23)$$

$$\mathbf{P}_{k|k} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}_k) \mathbf{P}_{k|k-1} \quad (24)$$

Wyznaczone w równanach (23) i (24) wielkości stanowią następnie wartości wejściowe dla kolejnych pomiarów wykonywanych w chwili $k+1$.

3. Wnioski

Bazując na modelu ramienia wykonanym w technologii druku 3D na stanowisku pomiarowym dokonano 30 – krotnego zamocowania i pomiaru położenia L końcówki (człon 6) manipulatora względem układu bazowego (członu 0). Każdy pomiar polegał na 400 – krotnym powtórzeniu odczytu akcelerometrów i przeliczeniu ich z wykorzystaniem rozszerzonego filtra Kalmana. Inicjalizacja filtra była realizowana w sposób opisany w [1]. Wyniki pomiaru położenia przedstawia tabela 2.

Tabela 2 Pomiar położenia końcówki manipulatora

Lp.	Δx [mm]	Δy [mm]	Δz [mm]	Lp.	Δx [mm]	Δy [mm]	Δz [mm]
1.	0	0	0	16.	0,036	-0,011	0,011

2.	-0,006	0,031	0,007	17.	0,068	-0,03	-0,001
3.	-0,016	0,006	0,017	18.	0,131	-0,03	0,094
4.	0,015	-0,054	0,027	19.	0,056	-0,005	0,064
5.	0,006	-0,002	0,010	20.	0,107	-0,026	0,099
6.	0,047	-0,031	0,020	21.	0,109	-0,088	0,05
7.	0,013	-0,008	0,066	22.	0,197	-0,023	0,037
8.	0,042	-0,006	0,024	23.	0,184	-0,012	-0,003
9.	0,031	-0,050	-0,038	24.	0,181	-0,024	0,071
10.	0,056	-0,022	0,091	25.	0,197	-0,042	0,105
11.	0,050	-0,017	0,060	26.	0,216	-0,050	0,082
12.	0,070	-0,084	-0,002	27.	0,183	-0,040	0,115
13.	0,061	-0,041	0,043	28.	0,189	-0,062	0,095
14.	0,043	-0,026	0,030	29.	0,278	-0,009	0,050
15.	0,073	-0,016	0,031	30.	0,186	-0,029	0,141

Na podstawie pomiarów stwierdzono, że odchylenia standardowe wynoszą odpowiednio:

$$\sigma_x = 0.08 \text{ mm}, \sigma_y = 0.03 \text{ mm}, \sigma_z = 0.04 \text{ mm}$$

Biorąc pod uwagę, że założona dokładność pomiaru będzie wynosiła 0,5mm, wartości te są w zupełności wystarczające.

Dodatkowo można się spodziewać, że podczas badań urządzenia w wersji produkcyjnej wartości te ulegną znacznemu obniżeniu z uwagi na wyższą dokładność i powtarzalność wykonania w stosunku do druku 3D. Badania powtarzalności będzie trzeba powtórzyć na ramieniu w wersji seryjnej – wtedy będą najbardziej wiarygodne.

Literatura

- [1] P. Rakowski, A. Kobierska, L. Podsędkowski, P. Poryzała "Accuracy and Repeatability Tests on 6D Measurement Arm" *Mechanics and Mechanical Engineering* Vol. 21, No. 2 (2017) s.425-436
- [2] A. Kobierska, L. Podsędkowski, P. Rakowski, S. Rejmonczyk, J. Kaszowski, K. Olejniczak, B. Gołasiński, K. Kaczmarek, P. Poryzała: *A methodology of orthopaedic measurement arm workspace determination*, *Mechanics and Mechanical Engineering* Vol. 21, No. 2 (2017) s. 185–191
- [3] Cheng, P. and Oelmann, B.: Joint-Angle Measurement Using Accelerometers and Gyroscopes - A Survey, *IEEE Transactions On Instrumentation And Measurement*, 59, 2, 2010.

- [4] El-Gohary, M. and McNames, J.: Human Joint Angle Estimation with Inertial Sensors and Validation with A Robot Arm, *IEEE Transactions On Biomedical Engineering*, 62, 7, 2015.
- [5] El-Gohary, M. and Mcnames, J.: Shoulder and elbow joint angle tracking with inertial sensors, *IEEE Transactions On Biomedical Engineering*, 59, 9, 2012.
- [6] Jezierski, E., *Dynamika Robotów*. Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 2006
- [7] . Quigley, M. et all: Low-cost Accelerometers for Robotic Manipulator Perception, *The 2010 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems* Taipei, Taiwan, 2010.

The position estimation of the manipulator using the extended Kalman filter based on measurements from the accelerometers

Paper presents kinematic structure of measurement arm along with its construction restrains originating from using only accelerometers for determining relative positions of links. This article introduces the problem of position estimation based on measurements with high noise and the use of the extended Kalman filter to limit the impact of noise on the measurement to a large extent. Repeatability tests were performed using custom made test stand.